

# COMPARATIVO DAS EQUAÇÕES PARA OBTENÇÃO DO FATOR DE ATRITO DA EQUAÇÃO DE DARCY-WEISBACH NO ESCOAMENTO DE VINHAÇA COM E SEM POLIACRILAMIDA

Comparative Analysis of Equations for Determining the Friction Factor of the Darcy–Weisbach Equation in the Flow of Vinasse with and without Polyacrylamide

Marcos Godoy Crepaldi<sup>1</sup>, André Luiz Justiz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Engenharia Agrícola, Universidade Federal do Paraná – Campus Jandaia do Sul, godoy.mgc@gmail.com; <sup>2</sup>Universidade Federal do Paraná, Professor Curso Engenharia Agrícola, aljusti@ufpr.br.

DOI: <https://doi.org/10.37157/fimca.v12i2.1141>

## RESUMO

A agricultura é responsável por aproximadamente 70% da retirada total de água, sendo a atividade com maior consumo hídrico no Brasil, especialmente com a expansão da irrigação em diversas regiões do país. Este estudo compila diferentes equações de atrito, das mais simples às mais complexas, avaliando a perda de carga para determinar qual delas melhor se ajusta aos resultados experimentais, utilizando vinhaça e vinhaça com poliacrilamida como fluidos. A metodologia empregou cálculos computacionais no RStudio, variando a vazão e o diâmetro para gerar tabelas e gráficos comparados aos dados de Justiz (2012). O objetivo não é indicar a melhor equação, mas sim mostrar qual é a mais adequada, de acordo com restrições como o diâmetro da tubulação, o número de Reynolds, o regime de escoamento e as propriedades do fluido. Os resultados mostraram que a equação de Nikuradse para tubos lisos apresenta o melhor ajuste para a vinhaça; a equação de Nikuradse para tubos rugosos é recomendada para vinhaça com poliacrilamida; e a equação de Blasius apresentou o melhor desempenho entre as equações explícitas.

**Palavras-chave:** Irrigação; Fertilirrigação; Vinhaça; Poliacrilamida; Fator de atrito; Perda de Carga.

## ABSTRACT

Agriculture accounts for approximately 70% of total water withdrawal, making it the activity with the highest water consumption in Brazil, particularly due to the expansion of irrigation across various regions of the country (JACOBI; GRANDISOLI, 2017; BERNARDO; SOARES; MANTOVANI, 2006). This study compiles various friction equations, ranging from the simplest to the most complex. It evaluates head loss to determine which best matches experimental results, using vinasse and vinasse with polyacrylamide as the fluids. The methodology employed computational calculations in RStudio, varying flow rate and diameter to generate tables and graphs compared with data from Justiz (2012). The aim is not to identify the best equation but to determine which is most suitable given constraints such as pipe diameter, Reynolds number, flow regime, and fluid properties. Results showed that Nikuradse's equation for smooth pipes best fits vinasse, Nikuradse's equation for rough pipes is recommended for vinasse with polyacrylamide, and Blasius' equation performed best among the explicit equations.

**Keywords:** Irrigation; Fertigation; Vinasse; Polyacrylamide; Friction factor; Head loss.

## INTRODUÇÃO

Atualmente, a irrigação e seu processo possuem componentes e equipamentos modernos, que podem ser observados em diversas metodologias de dimensionamento de projetos de irrigação (FRIZZONE et al., 2018).

A eficiência da irrigação deve ser monitorada periodicamente, visto que as melhorias no sistema de irrigação envolvem regras sobre direito e uso eficiente da água, relacionando também os custos energéticos com a irrigação, isso inclui as tarifas da concessionária e a cobrança pela quantidade de água utilizada (RODRIGUES; DOMINGUES, 2017).

Analisando os métodos de irrigação, a irrigação por canais tende a retrair-se, enquanto a irrigação em dutos pressurizados tende a aumentar até 2030, tanto na irrigação localizada quanto na irrigação por aspersão, com destaque para o sistema de irrigação localizada e pivô central (ANA, 2017), onde podemos concentrar o estudo da fertilirrigação.

Dentre os fluidos usados na fertilirrigação, a vinhaça é um líquido derivado da produção de etanol, no processo de destilação do vinho, na fermentação do caldo de cana-de-açúcar, do melão ou de sua mistura. Esse composto, uma vez aplicado ao campo, é reaproveitado pela cultura, não sendo assim descartado, com ou sem tratamento, nos corpos hídricos, comprometendo os corpos de água superficiais e subterrâneos, e até mesmo a salinização do solo (OMETTO et al., 2000). No dimensionamento, a perda de carga e consequentemente o fator de atrito pode ser determinado

por diversas formulações, onde algumas se destacam mais que outras (LIMA et al, 2009)

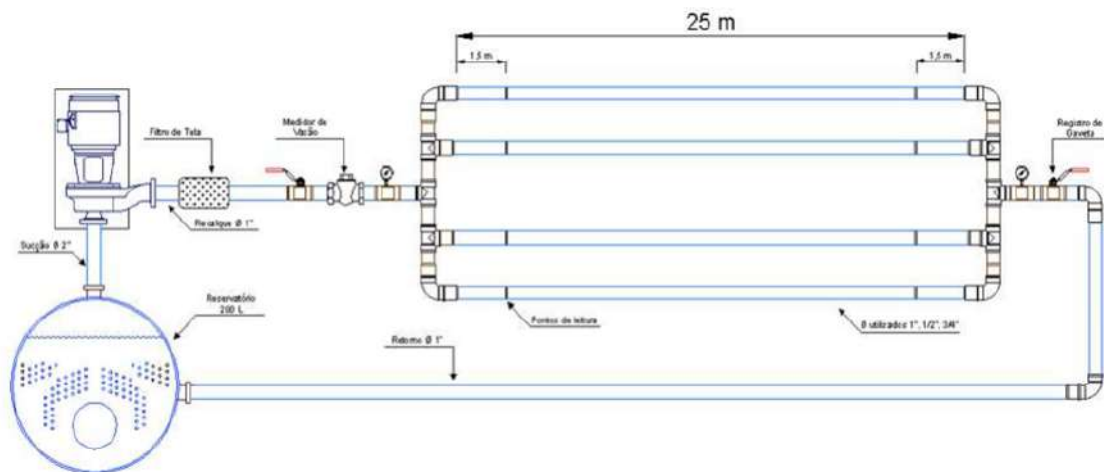
Em geral, a precisão e complexidade das equações estão correlacionadas. O esforço necessário para usar uma equação é proporcional à sua complexidade e, no geral, estudantes, engenheiros e pesquisadores procuram usar a equação mais simples que fornece precisão "razoável". (MUZZO, 2019).

Este estudo buscou comparar e analisar diferentes equações para obtenção do fator de atrito usado na equação de Darcy-Weisbach, calculando assim a perda de carga teórica e, comparando com resultados obtidos a partir dos dados experimentais de perda de carga no escoamento com vinhaça com ou sem a adição de poliacrilamida.

## MATERIAL E MÉTODOS

O experimento realizado na Universidade Federal do Paraná – Campus Avançado de Jandaia do Sul emprega métodos computacionais para encontrar o melhor ajuste das equações para a obtenção do fator de atrito, com base nos dados experimentais de Justiz (2012).

O experimento do autor foi conduzido no Laboratório de Ensaio de Equipamentos para Irrigação do Departamento de Engenharia Rural, pertencente à Faculdade de Ciências Agrônômicas – UNESP/Botucatu – SP, e variou o diâmetro em 3 níveis e a vazão em 4 níveis para cada diâmetro ensaiado. Os diâmetros utilizados foram 1 polegada, 3/4 de polegada e 1/2 polegada e



**Figura 1.** Layout do circuito montado para os ensaios. Fonte: Justi (2012)

vazões com abrangência desde o regime laminar até o regime turbulento, com valores de 0,352, 0,225, 0,125 e 0,050  $L \cdot s^{-1}$ . Os ensaios foram realizados em um circuito onde a vinhaça e vinhaça + poliacrilamida escoaram com reciclagem dos fluidos, de acordo com a Figura 1.

O autor obteve o polímero para redução de atrito (poliacrilamida) com a empresa SNF do Brasil Ltda, sob nome comercial de FLONEX 9051 SI. O produto utilizado foi na concentração de 10 ppm. O polímero se caracteriza como um pó claro de cor branca levemente rosada, sua densidade aparente é de  $0,80 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ , sua viscosidade é de 500 cP com concentração de  $5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ , também viscosidade de 200 cP na concentração de  $2,5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  e 80 cP na concentração de  $1,0 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  com pureza de 90%.

A vinhaça foi obtida na Usina Açucareira São Manoel, no município de São Manoel-SP e pode variar sua composição e características dependendo da destilaria onde é obtida, não sendo viável usar um valor único de literatura nesse experimento. Assim, a vinhaça utilizada no experimento foi analisada no Laboratório de Fertilizantes e Corretivos do Departamento de Recursos Naturais/UNESP-Botucatu. A massa obtida foi de  $1,00 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . O pH da vinhaça foi de 5,27, seu teor de carbono de  $4,45 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ , a condutividade elétrica de  $8,21 \text{ mS} \cdot \text{cm}^{-1}$  e a viscosidade a  $15^\circ \text{C}$  resultou no valor de 2,24 cP, valor esse considerado nos cálculos de perda de carga na equação de Darcy-Weisbach.

Com os dados experimentais de Justi (2012), que, em suas simulações, obtiveram uma gama de informações sobre a perda de carga, pode-se trabalhar vários aspectos relacionados a esse parâmetro e, consequentemente, aos valores do fator de atrito; essa última é a parte interessada nesse experimento.

O maior desafio da determinação da perda de carga é a estimativa do fator de atrito, pois ele é essencial para o cálculo de perda de carga em tubulações e, quando o escoamento é laminar, pode ser expresso pela equação 1, onde  $f$  é dependente somente de número de Reynolds.

$$f = \frac{64}{Re} \quad (1)$$

Onde  $f$  é o fator de atrito, adimensional e  $Re$  é o número de Reynolds, também adimensional.

Para regimes turbulentos foram consideradas as equações de Blasius (eq.2), Von Karman-Prandtl (eq.3), Nikuradse (eq.4a e 4b), Colebrook-White (eq.5), Moody (eq.6), Prandtl-Colebrook (eq.7) e Swamee-Jain (eq.8). Nesse caso o fator de atrito depende

somente das propriedades do fluido, entretanto, em regime turbulento essa estimativa torna-se mais complexa por  $f$  tornar-se em função da rugosidade relativa das paredes dos tubos e de Reynolds (SONNAD; GOUDAR, 2006).

$$f = \frac{0,316}{Re^{0,25}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re \sqrt{f}) - 0,8 \quad (3)$$

$$f = 0,0032 + 0,221(Re)^{-0,237} \quad (4a)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,74 - 2 \log\left(\frac{2E}{D}\right) \quad (4b)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{2E}{3,71D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}}\right) \quad (5)$$

$$f = 0,0055 \left[ 1 + \left( 20000 \frac{E}{D} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (6)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,74 - 2 \log\left(\frac{2E}{D} + \frac{18,7}{Re \sqrt{f}}\right) \quad (7)$$

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{Re} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln\left( \frac{E}{3,7D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (8)$$

Em que  $f$  é o fator de atrito, adimensional;  $Re$  o número de Reynolds, adimensional;  $E$  a rugosidade absoluta do tubo, em metros;  $D$  o diâmetro interno do tubo, também em metros.

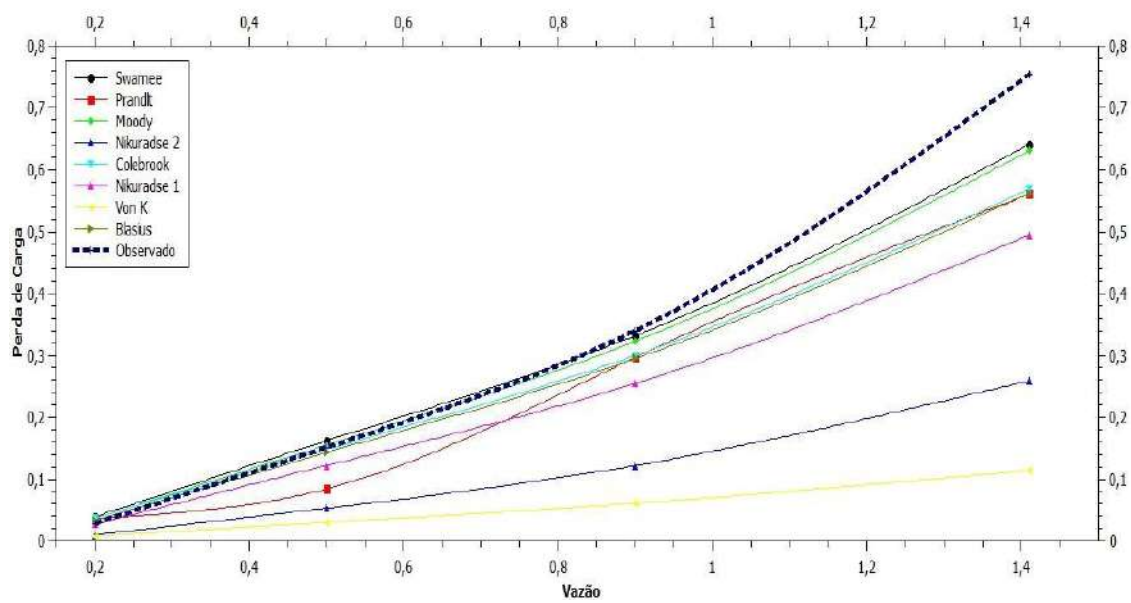
Foram desenvolvidos algoritmos no software R, versão 4.0.1, utilizando o RStudio, versão 1.3.959 para o cálculo das equações de atrito e perda de carga e, as variáveis de entrada utilizadas foram a vazão nominal, vazão por tubo, diâmetro nominal, diâmetro médio, substância utilizada no experimento, perda de carga -  $\Delta H$  (mHg), perda de carga observada (m), perda de carga calculada, atrito observado, atrito calculado, Número de Reynolds, viscosidade cinemática calculada e viscosidade cinemática obtida em laboratório. Esses valores tabelados foram obtidos para vazão de 1,41; 0,9; 0,5 e 0,2  $L \cdot s^{-1}$

# RESULTADOS E DISCUSSÃO

**Tabela 1.** Perda de carga observados e calculados com atrito obtido pelas diferentes equações escoando vinhaça com tubo de 1” de diâmetro.

| Vazão* | Observado | Blasius | V. Prandlt | Nikuradse 1 | Colebrook | Nikuradse 2 | Moody | P.Colebrook | Swamee & Jain |
|--------|-----------|---------|------------|-------------|-----------|-------------|-------|-------------|---------------|
| 1,41   | 0,75      | 0,56    | 0,11       | 0,49        | 0,57      | 0,26        | 0,63  | 0,56        | 0,64          |
| 0,90   | 0,34      | 0,29    | 0,06       | 0,26        | 0,30      | 0,12        | 0,32  | 0,30        | 0,33          |
| 0,50   | 0,15      | 0,14    | 0,03       | 0,12        | 0,15      | 0,05        | 0,16  | 0,08        | 0,16          |
| 0,20   | 0,03      | 0,03    | 0,01       | 0,03        | 0,04      | 0,01        | 0,04  | 0,04        | 0,04          |

Obs: As unidades da tabela estão em metros (m) exceto para vazão\* que está em litros por segundo (L.s<sup>-1</sup>).

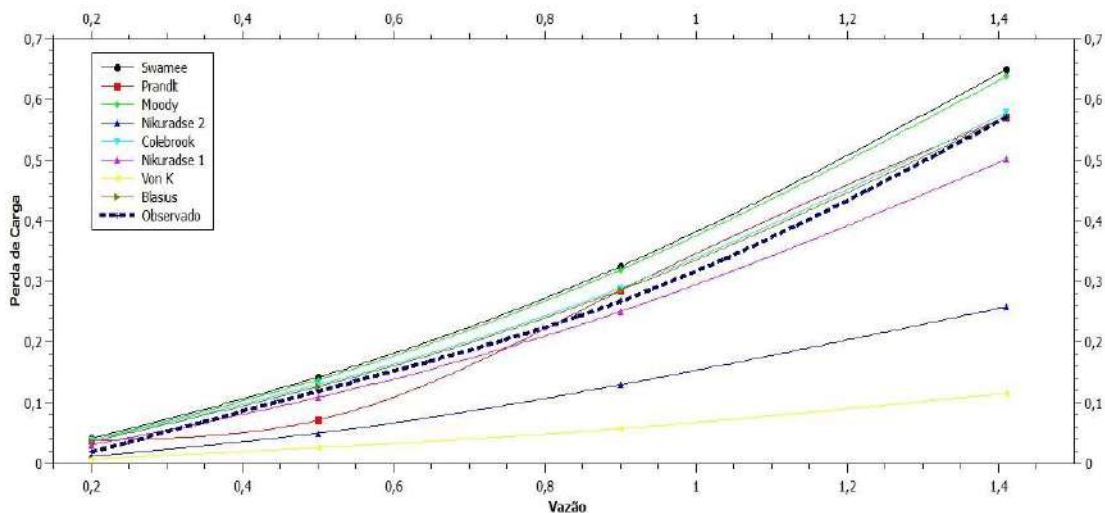


**Gráfico 1.** Vazão (L.s-1) x Perda de carga observada e calculada com atrito obtido por diferentes equações para vinhaça com tubo de 1” de diâmetro.

**Tabela 2.** Perda de carga observados e calculados com atrito obtido pelas diferentes equações escoando vinhaça+polímero com tubo de 1” de diâmetro.

| Vazão* | Observado | Blasius | V. Prandlt | Nikuradse 1 | Colebrook | Nikuradse 2 | Moody | P.Colebrook | Swamee & Jain |
|--------|-----------|---------|------------|-------------|-----------|-------------|-------|-------------|---------------|
| 1,41   | 0,57      | 0,57    | 0,12       | 0,50        | 0,58      | 0,26        | 0,64  | 0,57        | 0,65          |
| 0,90   | 0,27      | 0,29    | 0,06       | 0,25        | 0,29      | 0,13        | 0,32  | 0,29        | 0,33          |
| 0,50   | 0,12      | 0,13    | 0,03       | 0,11        | 0,13      | 0,05        | 0,14  | 0,07        | 0,14          |
| 0,20   | 0,02      | 0,04    | 0,01       | 0,03        | 0,04      | 0,01        | 0,04  | 0,04        | 0,04          |

Obs: As unidades da tabela estão em metros (m) exceto para vazão\* que está em litros por segundo (L.s<sup>-1</sup>).

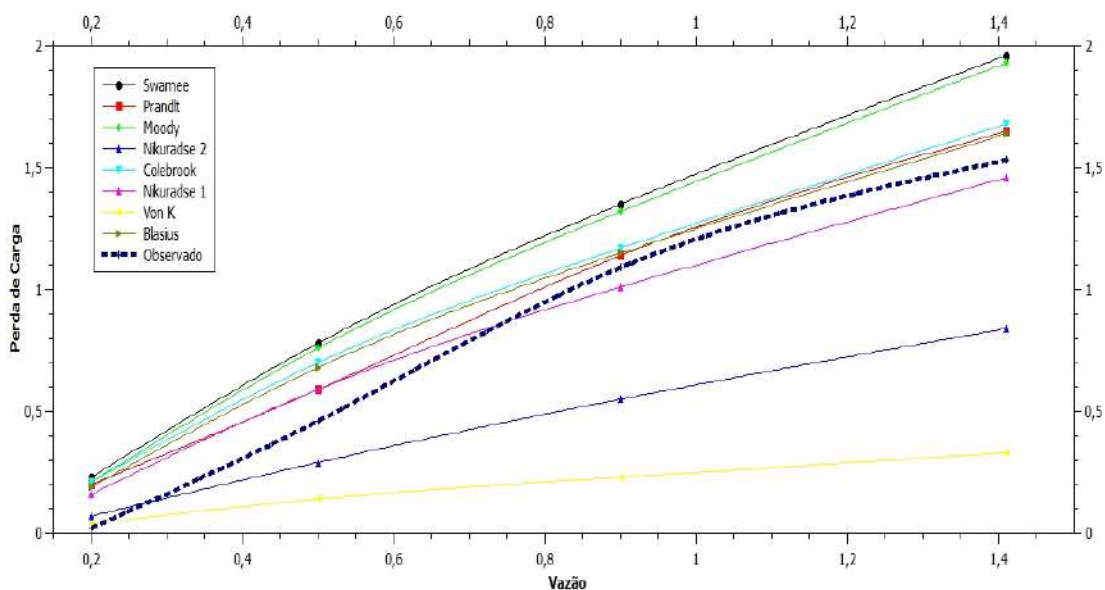


**Gráfico 2.** Vazão (l.s-1) x perda de carga observada e calculada com atrito obtido por diferentes equações para vinhaça+polímero com tubo de 1'' de diâmetro.

**Tabela 3.** Perda de carga observados e calculados com atrito obtido pelas diferentes equações escoando vinhaça com tubo de 3/4'' de diâmetro.

| Vazão* | Observado | Blasius | V. Prandtl | Nikuradse 1 | Colebrook | Nikuradse 2 | Moody | P.Colebrook | Swamee & Jain |
|--------|-----------|---------|------------|-------------|-----------|-------------|-------|-------------|---------------|
| 1,41   | 1,53      | 1,64    | 0,33       | 1,46        | 1,68      | 0,84        | 1,93  | 1,65        | 1,96          |
| 0,90   | 1,09      | 1,15    | 0,23       | 1,01        | 1,17      | 0,55        | 1,32  | 1,14        | 1,35          |
| 0,50   | 0,46      | 0,68    | 0,14       | 0,59        | 0,70      | 0,29        | 0,76  | 0,59        | 0,78          |
| 0,20   | 0,02      | 0,19    | 0,04       | 0,16        | 0,21      | 0,07        | 0,21  | 0,20        | 0,23          |

Obs: As unidades da tabela estão em metros (m) exceto para vazão\* que está em litros por segundo (L.s<sup>-1</sup>).

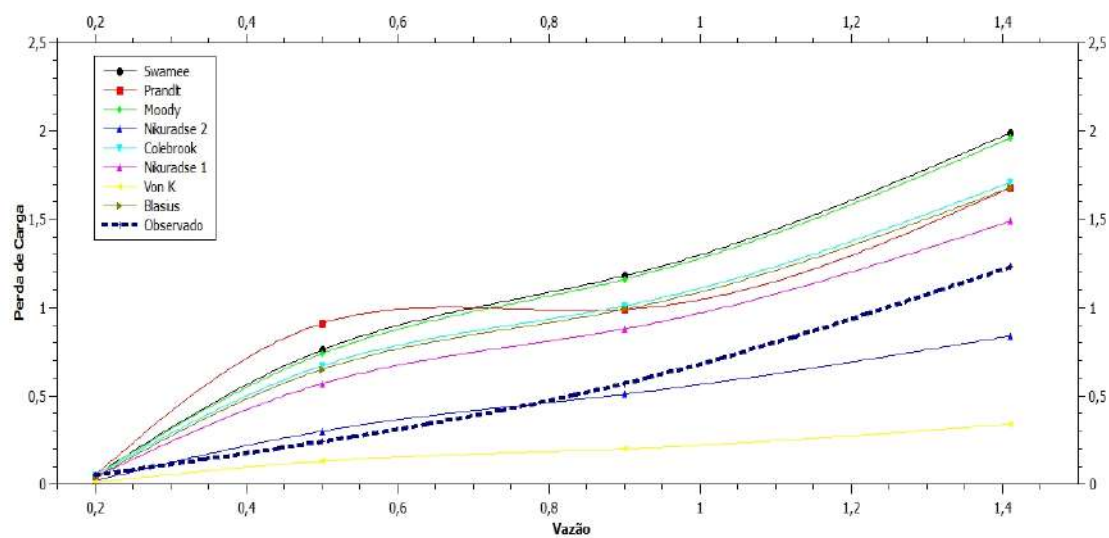


**Gráfico 3.** Vazão (l.s-1) x perda de carga observada e calculada com atrito obtido por diferentes equações para vinhaça com tubo de 3/4'' de diâmetro.

**Tabela 4.** Perda de carga observados e calculados com atrito obtido pelas diferentes equações escoando vinhaça+polímero com tubo de 3/4” de diâmetro.

| Vazão* | Observado | Blasius | V. Prandlt | Nikuradse 1 | Colebrook | Nikuradse 2 | Moody | P.Colebrook | Swamee & Jain |
|--------|-----------|---------|------------|-------------|-----------|-------------|-------|-------------|---------------|
| 1,41   | 1,23      | 1,68    | 0,34       | 1,49        | 1,71      | 0,84        | 1,96  | 1,68        | 1,99          |
| 0,90   | 0,57      | 0,99    | 0,20       | 0,88        | 1,01      | 0,51        | 1,16  | 0,99        | 1,18          |
| 0,50   | 0,24      | 0,65    | 0,13       | 0,57        | 0,67      | 0,30        | 0,74  | 0,91        | 0,76          |
| 0,20   | 0,05      | 0,04    | 0,01       | 0,04        | 0,05      | 0,02        | 0,05  | 0,05        | 0,05          |

Obs: As unidades da tabela estão em metros (m) exceto para vazão\* que está em litros por segundo (L.s<sup>-1</sup>).

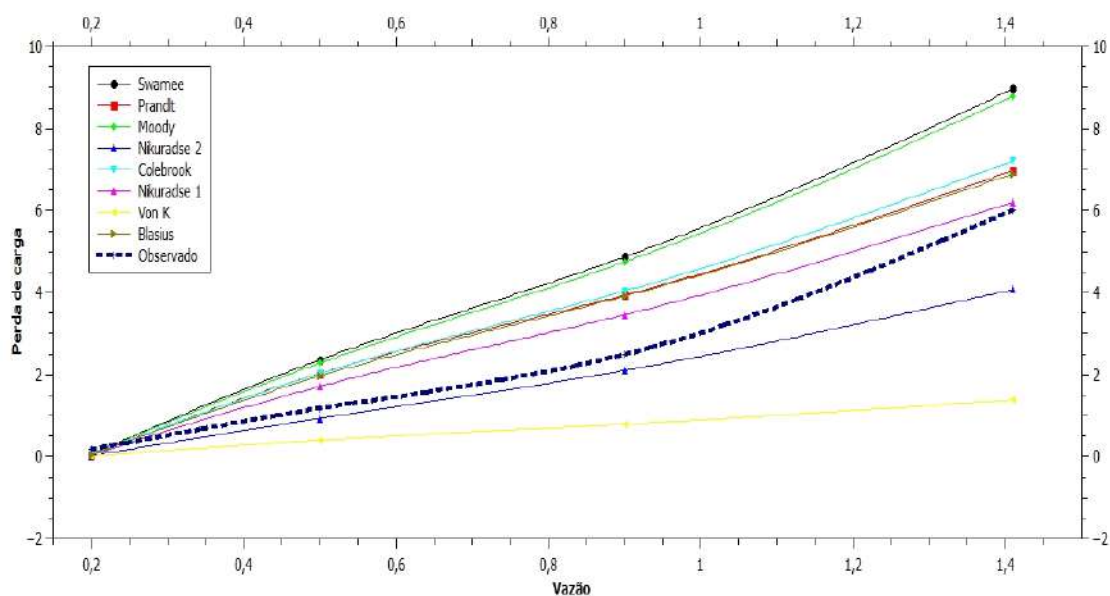


**Gráfico 4.** Vazão (l.s-1) x perda de carga observada e calculada com atrito obtido por diferentes equações para vinhaça+polímero com tubo de 3/4” de diâmetro.

**Tabela 5.** Perda de carga observados e calculados com atrito obtido pelas diferentes equações escoando vinhaça com tubo de 1/2” de diâmetro.

| Vazão* | Observado | Blasius | V. Prandlt | Nikuradse 1 | Colebrook | Nikuradse 2 | Moody | P.Colebrook | Swamee & Jain |
|--------|-----------|---------|------------|-------------|-----------|-------------|-------|-------------|---------------|
| 1,41   | 6,02      | 6,90    | 1,38       | 6,20        | 7,21      | 4,08        | 8,80  | 6,98        | 8,97          |
| 0,90   | 2,49      | 3,91    | 0,79       | 3,46        | 4,04      | 2,10        | 4,75  | 3,94        | 4,87          |
| 0,50   | 1,17      | 1,96    | 0,40       | 1,71        | 2,03      | 0,93        | 2,28  | 2,03        | 2,36          |
| 0,20   | 0,17      | 0,05    | 0,01       | 0,04        | 0,05      | 0,02        | 0,06  | 0,05        | 0,06          |

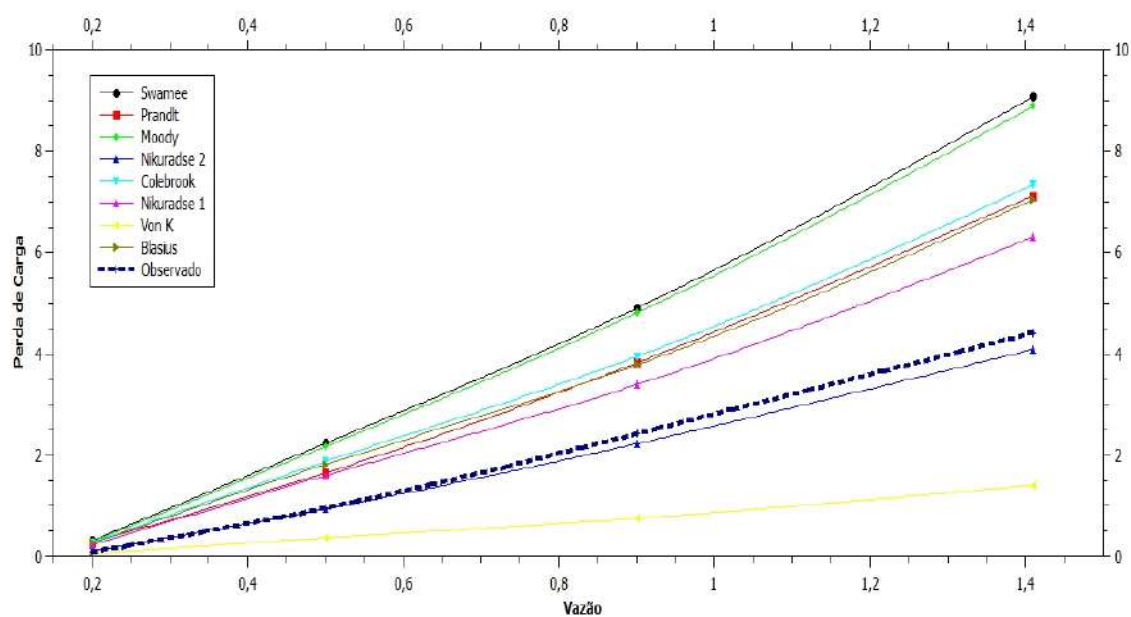
Obs: As unidades da tabela estão em metros (m) exceto para vazão\* que está em litros por segundo (L.s<sup>-1</sup>).



**Tabela 6.** Perda de carga observados e calculados com atrito obtido pelas diferentes equações escoando vinhaça+polímero com tubo de 1/2" de diâmetro.

| Vazão* | Observado | Blasius | V. Prandlt | Nikuradse 1 | Colebrook | Nikuradse 2 | Moody | P.Colebrook | Swamee & Jain |
|--------|-----------|---------|------------|-------------|-----------|-------------|-------|-------------|---------------|
| 1,41   | 4,41      | 7,05    | 1,41       | 6,31        | 7,34      | 4,09        | 8,89  | 7,12        | 9,08          |
| 0,90   | 2,42      | 3,78    | 0,75       | 3,39        | 3,95      | 2,23        | 4,81  | 3,82        | 4,91          |
| 0,50   | 0,95      | 1,82    | 0,37       | 1,60        | 1,88      | 0,94        | 2,17  | 1,65        | 2,24          |
| 0,20   | 0,09      | 0,27    | 0,06       | 0,22        | 0,28      | 0,10        | 0,30  | 0,28        | 0,32          |

Obs: As unidades da tabela estão em metros (m) exceto para vazão\* que está em litros por segundo (L.s<sup>-1</sup>).



**Gráfico 6.** Vazão (l.s-1) x perda de carga observada e calculada com atrito obtido por diferentes equações para vinhaça+polímero com tubo de 1/2" de diâmetro.

Utilizando a metodologia definida e apresentada, obtiveram-se as tabelas, com as quais é possível, por meio de gráficos, comparar as proximidades das curvas de perda de carga conforme varia a vazão, como mostra a Tabela 1, os dados de perda de carga calculados para as vazões analisadas.

Ao analisar as curvas obtidas no gráfico 1, observa-se que as equações de Swamee & Jain e de Moody melhor descreveram os resultados observados.

Com a adição do polímero, observam-se alterações nos valores de perda de carga, como mostram o Gráfico 2 e a Tabela 2. Os valores obtidos que melhor se ajustam ao experimento nessas condições são as equações de Blasius e Colebrook e as que pior descrevem são novamente as equações de Nikuradse 2 e Von Karmán.

A Tabela 3 apresenta os dados comparativos do diâmetro analisado, que foi  $\frac{3}{4}$ ", sendo expressos também no Gráfico 3. Nessa condição, a equação de Swamee & Jain e Moody superestima os resultados em toda a extensão da curva, enquanto a equação de Von Karmán e Nikuradse 2 subestima, enquanto a equação de Nikuradse 1 mais se aproxima do resultado observado.

A Tabela 4 permite a confecção do gráfico 4. Nessa condição é possível observar uma situação diferente das anteriores, em que a equação de Nikuradse 2 mais se aproxima do resultado observado. Assim, é possível visualizar que a equação de Von Karmán subestima o comportamento da perda de carga enquanto as outras equações superestimam a perda de carga.

Na mesma condição da tabela 4 e do gráfico 4, porém, com a adição de polímero, resulta na tabela 5 e no gráfico 5, onde se obtém a equação que melhor descreve o comportamento da perda de carga observada: é a equação de Nikuradse 2 e a equação de Nikuradse 1.

Quando ocorre a adição de polímero em tubos de  $\frac{1}{2}$  polegada, o comportamento é semelhante à situação do gráfico 5, com a diferença de que, no gráfico 6, observa-se que a equação de Nikuradse 2 descreve muito bem o comportamento da perda de carga observada no experimento.

Pelo gráfico, não é possível afirmar qual a melhor equação que descreve o experimento em todas as situações da vinhaça ou da vinhaça com poliamida nos diâmetros de 1",  $1\frac{1}{2}$ " e  $\frac{3}{4}$ ".

Nota-se que, exceto na tabela 1, a maioria das equações tende a superestimar a perda de carga à medida que aumenta a vazão, efeito também observado por Cavalcanti et al. (2009).

Já Andrade & Carvalho, 2001 em seu estudo de análise da equação de Swamee & Jain para o cálculo do fator de atrito indica que que forma geral essa equação apresenta resultados adequados para a maior parte das situações em análise, corroborando com este estudo de forma parcial, visto que com a adição do polímero redutor de atrito a melhor equação foi Nikuradse 2.

Já considerando o estudo de Sousa & Dantas Neto, 2014, quando estudando a equação explícita para o fator de atrito em projetos de irrigação pressurizada nos quais os autores sugerem que a equação de von Kármán apresenta boa relação no proposto, este

trabalho diverge, visto que a citada equação apresentou as maiores diferenças em relação ao observado de forma experimental.

Este trabalho alinha-se ao afirmado por Araújo et al., 2019, em seu estudo da influência das equações explícitas de fator de atrito em redes de distribuição, que indicam que a equação de Colebrook-White representa de forma adequada a resistência em sistemas de tubulação, porém na presente pesquisa tal fato diverge dos autores quando o redutor de atrito é aplicado, visto que o fator de atrito é alterado. O mesmo ocorre ao analisar o estudo de Genić et al. (2011), que avalia aproximações para a equação de Colebrook, na qual os autores afirmam que a Equação de Colebrook-White é a melhor equação para a relação entre atrito e número de Reynolds.

Já na última condição apresentada, a equação de Blasius ficou fora da faixa de Reynolds indicada, superestimando o resultado, conforme descrito na literatura (VON BERNUTH, 1990).

## CONCLUSÕES

A equação de Nikuradse de regime turbulento para tubos lisos, além de apresentar a menor variação média da perda de carga em relação ao observado, para as condições indicadas do experimento e considerando as restrições citadas na bibliografia da área, a equação apresenta melhor aproximação em relação ao observado experimentalmente. Para o fluido de vinhaça com poliacrilamida a equação que obteve melhor ajuste foi a equação de Nikuradse com regime turbulento para tubos rugosos sendo indicada para essa condição. Por último, a equação de Blasius, também é indicada quando se pretende utilizar uma equação simplificada por ter a melhor soma de resíduos entre as equações explícitas.

## REFERÊNCIAS

- Agência Nacional das Águas - ANA. Uso da Água na Agricultura Irrigada: Atlas irrigação: uso da água na agricultura irrigada. 1. ed. Brasília: ANA, 2017. 86 p.
- ANDRADE, L., CARVALHO, J.A. Análise da equação de Swamee-Jain para cálculo do fator de atrito de Swamee-Jain para cálculo do fator de atrito de Swamee-Jain para cálculo do fator de atrito de Swamee-Jain para cálculo do fator de atrito. Revista brasileira de engenharia agrícola e ambiental, v.5, n.3, p 554-557, 2001.
- ARAÚJO, R. S. A., BEZERRA, A. A., SOUSA, M. C. B., MOURA, B. D. influência das equações explícitas de fator de atrito no dimensionamento de redes de distribuição. proceedings of the 30th congresso brasileiro de engenharia sanitária e ambiental, 16-19 junho, natal-brasil. 2019.
- BERNARDO, S.; MANTOVANI, E.; SILVA, D.; SOARES, A. Manual de Irrigação. 9. ed. atual. e aum. Viçosa: UFV, 2019. 545 p.
- BERNUTH, R.D. von. Simple and accurate friction loss equation for plastic pipe. J. Irrig. Drain. E. - ASCE, New York, v. 116, n. 2, p. 294-298, 1990.
- FRIZZONE, J. A.; REZENDE, R.; CAMARGO, A. P.; COLOMBO, A. Irrigação por aspersão: sistema pivô

central. Maringá: Eduem, 2018. 355 p. ISBN 9788576287377.

- GENIĆ, S.; ARANĐELOVIĆ, I.D.; KOLENDIĆ, P.; JARIĆ, M.S. A Review of Explicit Approximations of Colebrook's Equation. Faculty of Mechanical Engineering Transactions, Belgrado, v.39, n.2, p.67-71, 2011.
- JACOBI, P.; GRANDISOLI, E. Água e Sustentabilidade desafios, perspectivas e soluções. 1. ed. São Paulo: IEE-USP e Reconnectta, 2017. 110 p.
- JUSTI, A. L. Efeito do uso de polímero redutor de atrito no escoamento forçado de água e de vinhaça. Tese de Doutorado em Agronomia (Irrigação e Drenagem) - Faculdade de Ciências Agrônômicas da UNESP, Botucatu, 2012.
- LIMA, A. C.; GUIMARÃES JR, S. C.; FIETZ, C. R.; CAMACHO, J. R. Avaliação e análise da eficiência energética na irrigação em sistemas pivô central. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, Campina Grande, ano 4, v. 13, p. 499-505, 2007. <https://doi.org/10.1590/S1415-43662009000400020>
- MUZZO, L. E. Análise comparativa de correlações para o fator de atrito em condutas. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2019.
- OMETTO, A. R. XIV SBRH - Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Aracaju. A sustentabilidade do setor sucroalcooleiro: um objetivo a ser alcançado [...]. Piracicaba: [s. n.], 2001.
- RODRIGUES, L. N.; DOMINGUES, A. F. Agricultura Irrigada desafios e oportunidades para o desenvolvimento sustentável. 1. ed. Brasília: INOVAGRI, 2017. 327 p. ISBN 9788567668109.
- SONNAD, J. R.; GOUDAR, C. T. Turbulent Flow Friction Factor Calculation Using a Mathematically Exact Alternative to the Colebrook-White Equation. Journal of Hydraulic Engineering, n. 8, v. 132, p. 863-867, 2006.
- SOUSA, J.S.C., DANTAS NETO, J. equação explícita para cálculo do fator de atrito de darcy-weisbach em projetos de irrigação pressurizada. irriga, v.19, n.1, 137-148, 2014.